

MITTELSTUFE

Aufgabe 1: [3 Punkte]

Ist es möglich, die Zahlen von 1 bis 2004 so anzuordnen, dass die Summe von je 10 aufeinanderfolgenden Zahlen stets durch 10 teilbar ist?

Aufgabe 2: [4 Punkte]

In einer Urne befinden sich rote, grüne, blaue und weiße Kugeln, insgesamt 111 Stück. Wenn Du 100 Kugeln ohne hinzusehen herausnimmst, so sind darunter stets vier Kugeln, die alle unterschiedliche Farben haben. Wie viele Kugeln musst Du (ohne hinzusehen) mindestens herausnehmen, damit darunter garantiert Kugeln von drei unterschiedlichen Farben sind?

Aufgabe 3: [4 Punkte]

In einem fernen Land sind einige Städte durch Buslinien verbunden. Jede Buslinie verbindet genau zwei Städte direkt, d.h. ohne Zwischenstop. Jede Stadt ist von jeder anderen Stadt per Bus erreichbar – allerdings ist dabei möglicherweise ein mehrfaches Umsteigen notwendig. Herr Ivanov kauft nun für jede Buslinie eine Fahrkarte, die es ihm erlaubt, diese Buslinie einmal entweder in der einen oder in der anderen Richtung zu benutzen. Herr Petrov dagegen kauft n Fahrkarten für jede Buslinie. Herr Ivanov und Herr Petrov starten beide in der Stadt A . Herr Ivanov kommt, nachdem er sämtliche seiner Fahrkarten verbraucht hat, in der Stadt B an, ohne unterwegs zusätzliche Fahrkarten gekauft zu haben. Herr Petrov landet in der Stadt X , nachdem er einige seiner Fahrkarten verbraucht hat. Diese Stadt kann er nur verlassen, wenn er eine neue Fahrkarte kauft. Zeige, dass X entweder A oder B ist.

Aufgabe 4: [5 Punkte]

In der Ebene sind ein Kreis und eine Gerade gegeben, die sich nicht schneiden. Konstruiere nur mit Hilfe von Zirkel und Lineal ein Quadrat, von dem zwei benachbarte Ecken auf dem Kreis und die beiden anderen Ecken auf der Geraden liegen. Dabei sei vorausgesetzt, dass ein solches Quadrat existiert.

Aufgabe 5: [5 Punkte]

Auf wie viele verschiedene Weisen kannst Du die Zahl 2004 als Summe von positiven ganzen Zahlen schreiben, die alle untereinander „annähernd gleich“ sind? Dabei heißen zwei Zahlen annähernd gleich, wenn sie sich höchstens um 1 unterscheiden. Zwei Summen, bei denen sich die Summanden nur in der Reihenfolge unterscheiden, werden dabei als gleich gewertet.

Alle Aussagen und Feststellungen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen!

An Hilfsmittel sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 4 Stunden.

Viel Erfolg !