

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Präsenzblatt 0

#### Aufgabe A:

Gegeben seien die komplexen Zahlen  $z_1 = 2 + 3i$  und  $z_2 = -4 + 5i$ . Man berechne in kartesischer Darstellung

a)  $z_1 + z_2$ ,  $|z_1 + z_2|$ ,  $2z_1 - 3iz_2$ ,  $2\bar{z}_1 - 3i\bar{z}_2$ ,

b)  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ ,  $z_1^2 \cdot z_2^3$ ,  $\operatorname{Re}(z_1^2) \cdot \operatorname{Im}(z_2^3)$ ,

c)  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\frac{\operatorname{Im}(z_1)}{\operatorname{Re}(z_2)}$ .

#### Aufgabe B:

Gegeben seien die komplexen Zahlen  $z_1 = 1 + i$ ,  $z_2 = -1 + i$ ,  $z_3 = -1 - i$  und  $z_4 = 1 - i$ .

a) Man gebe  $z_1, \dots, z_4$  in Polarkoordinaten an.

b) Man berechne  $z_1^9$  und  $\frac{z_1^2 z_2}{z_3 \bar{z}_4}$ .

c) Man stelle  $\frac{z_2}{e^{i\pi/12}}$  in kartesischen Koordinaten dar.

#### Aufgabe C:

Man berechne alle Lösungen von  $z^4 + 4 = 0$  in kartesischen Koordinaten.

### Aufgabe D:

- a) Gegeben sei das Polynom  $p(z) := a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$  mit  $z \in \mathbb{C}$  und  $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ .

Man zeige: Wenn  $z_0 \in \mathbb{C}$  Nullstelle von  $p$  ist, dann ist auch  $\bar{z}_0$  Nullstelle von  $p$ .

- b) Man zeige: Der Kreis  $|z - z_0| = r$  in der komplexen Ebene, besitzt auch die alternative Darstellung

$$z\bar{z} - z\bar{w} - \bar{z}w + \bar{w}w = c.$$

Für den Kreis  $z\bar{z} + iz - i\bar{z} = 3$  bestimme man Mittelpunkt und Radius.

**Bearbeitungstermin:** 4.4.2006