Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2005**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 1: Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen jeweils diejenige Laurentreihe zum Entwicklungspunkt z_0, die im Punkt $z = -3/2$ gegen $f(-3/2)$ konvergiert.

a) $f(z) = z^3 \cos(\frac{1}{z}), \qquad z_0 = 0,$

b) $f(z) = \dfrac{z^2+1}{z^2+z-2}, \qquad z_0 = 0,$

c) $f(z) = \dfrac{1}{(z-i)^3}, \qquad z_0 = 1+i.$

Aufgabe 2: Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten der folgenden Funktionen.

a) $f(z) = z^3 \cos(\frac{1}{z}),$

b) $f(z) = \dfrac{z^2+1}{z^2+z-2},$

c) $f(z) = \dfrac{1}{(z-i)^3},$

d) $f(z) = \dfrac{\cos(z)-1}{z^2(1-z^2)},$

e) $f(z) = \cosh(\frac{1}{z}).$

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Funktion $f\ \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit

$$f(z) \;=\; \frac{z+25}{(z^2+z-12)}\,.$$

a) Man bestimme und klassifiziere alle Singularitäten von f.

b) Man bestimme zum Entwicklungszentrum $z_0 = 3$ diejenige Laurentreihe von f, die in $z^* = 0$ gegen $f(0)$ konvergiert.

c) Man berechne

$$\int\limits_{|z|=\pi} f(z)\,dz.$$

d) Mit Hilfe der Laurentreihenentwicklung berechne man die komplexe Partialbruchzerlegung von f.

Anmerkung: Die Teile a), c) und d) der Aufgabe 3 stammen aus einer Vordiplomsklausur von Prof. Struckmeier.

Aufgabe 4: Berechnen Sie die komplexe Partialbruchzerlegung der Funktionen

$$f(z) \;=\; \frac{1+z-z^2+iz^3}{z^2(z+i)} \qquad \text{und}$$

$$g(z) \;=\; \frac{2+3z+z^2}{(z^2+4)(z^2-1)}\,.$$

Wie lautet die reelle Partialbruchzerlegung von g?

Gibt es auch eine reelle Partialbruchzerlegung von f?

Abgabetermin: 28.06.05