Aufgabe 1:

a) Man berechne alle Lösungen von $\exp(z) = -1$.

b) Man skizziere die Menge

$$G = \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Re}((1+i)\bar{z}) = 0\}$$

und gebe für G eine Darstellung in Polarkoordinaten an.

c) Für $\pi/4 \leq t \leq 3\pi/4$ skizziere man die Kurven $c_1(t) = it$ und $c_2(t) = e^{it}$.

In welchem Punkt und unter welchem Winkel schneiden sich c_1 und c_2.

Man betrachte die Bildkurven (ohne Skizze) unter dem Hauptwert von $\ln z$ und bestimme hierfür den Schnittpunkt mit zugehörigem Schnittwinkel.

d) Für $k = 1, 2$ berechne $\displaystyle\int_{c_k} \frac{1}{z}\, dz$ mit den unter c) gegebenen Kurven.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die durch $f(z) = \dfrac{\sin(z+1)}{z^2-1}$ definierte Funktion.

a) Man klassifiziere alle Singularitäten von f.

b) Man berechne die Residuen aller Singularitäten.

c) Man gebe die ersten drei Glieder der Potenzreihenentwicklung an, die um den Entwicklungspunkt $z_0 = -1$ konvergiert und bestimme den zugehörigen Konvergenzradius..

d) Man bestimme den Hauptteil der Laurent-Reihe, die um den Entwicklungspunkt $z_1 = 1$ konvergiert.

e) Man berechne $\displaystyle\oint_{|z+0.5|=1} f(z)\, dz$.

f) Man berechne $\displaystyle\oint_{|z+0.5|=2} f(z)\, dz$.