Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2004**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. K. Rothe

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 := -\frac{3}{2}i - \frac{2-i}{(1+i)^2}$ und $z_2 := -\sqrt{2}(1+i)$.

a) Man ermittle Real- und Imaginärteil von z_1 und die Polardarstellungen von z_1 und z_2.

b) Man bestimme z_2^4 .

c) Man gebe alle Lösungen der Gleichung $(w - z_2)^4 = 16$ in kartesischen Koordinaten an.

Aufgabe 2:

Man skizziere die folgenden Punktmengen in der komplexen Zahlenebene:

a) $\{z \in \mathbb{C} : |3z - 1 + i| \leq 2\}$,

b) $\{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \mathrm{Im}(z) \leq 2\pi \, , \, |\mathrm{Re}(z)| < 1\}$,

c) $\{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Im}((1-i)z) = 0\}$,

d) $\{z \in \mathbb{C} : |z - i| + |z + i| < 4\}$.

Aufgabe 3:

Man zeige, dass für alle $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ gilt

$$\exp(z_1 + z_2) = \exp(z_1)\exp(z_2)$$

und diskutiere die Beziehung

$$\ln(z_1 z_2) = \ln(z_1) + \ln(z_2)\ ,$$

wobei $\ln z$ der Hauptwert des Logarithmus ist.

Aufgabe 4:

Die komplexen Hyperbelfunktionen sind definiert durch

$$\sinh z = \frac{1}{2}\left(e^z - e^{-z}\right)\ , \quad \cosh z = \frac{1}{2}\left(e^z + e^{-z}\right)\ .$$

a) Man berechne Real- und Imaginärteil von $\sinh z$ und $\cosh z$.

b) Man zeige, dass die folgenden Beziehungen gelten

$$\sinh z = \frac{1}{i}\sin(iz)\ , \quad \cosh z = \cos(iz)\ .$$

c) Man bestimme alle Lösungen von $\cosh z = 0$.

Abgabetermin: 27.4.2004