

Aufgabe 1

Gegeben sei die Abbildung $T : \mathbb{C}^* \rightarrow \mathbb{C}^*$ mit

$$T(z) = \frac{z - 3i}{z + 3i}.$$

- Definiert T eine Möbius-Transformation?
- Wie lautet die Umkehrabbildung?
- Bestimmen Sie das Bild der imaginären Achse.
- Bestimmen Sie das Bild des Kreises $|z| = 3$.
- Bestimmen Sie das Bild der reellen Achse.
- Welches ist das Bild von $M := \{z = x + iy : |z| < 3; \operatorname{Re}(z) = x > 0\}$. Fertigen Sie eine Skizze an.

Aufgabe 2

- Bestimmen und klassifizieren Sie alle Singularitäten der Funktion

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C},$$

$$f(z) = \frac{\sin(z) - z}{z^4 \left(z^2 - \frac{\pi^2}{4} \right)}.$$

- Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$,

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}.$$

- Bestimmen und klassifizieren Sie alle Singularitäten der Funktion f .
- Berechnen Sie die Residuen der Funktion f in allen Polstellen.
- Bestimmen Sie zum Entwicklungspunkt $z_0 = 2$, diejenige Laurentreihe von f , die in $z^* = 3$ gegen $f(3)$ konvergiert.