**Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg** **SoSe 2003**
Prof. Dr. J. Stuckmeier
Dr. P. Kiani

# Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

# Blatt 6

**Aufgabe 1:**
Klassifizieren Sie die Singularitäten der folgenden Funktionen und bestimmen Sie alle Laurentreihen der Funktionen zum Entwicklungspunkt $z_0 = 0$.

a) $f(z) \;=\; z^3 \cos(\frac{1}{z})\,,$

b) $h(z) \;=\; \dfrac{z^2+1}{z^2+z-2}\,.$

**Aufgabe 2:**
Berechnen Sie die komplexe Partialbruchzerlegung der Funktion

$$f(z) \;=\; \frac{2+3z+z^2}{(z^2+4)(z^2-1)}\,.$$

Wie lautet die reelle Partialbruchzerlegung ?

**Aufgabe 3:**
Gegeben sei die Funktion $f\;\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit

$$f(z) \;=\; \frac{z+25}{(z^2+z-12)}\,.$$

a) Man bestimme und klassifiziere alle Singularitäten von $f$.

b) Man bestimme zum Entwicklungszentrum $z_0 = 3$ diejenige Laurentreihe von $f$, die in $z^* = 0$ gegen $f(0)$ konvergiert.

c) Man berechne

$$\int\limits_{|z|=\pi} f(z)\,dz.$$

d) Mit Hilfe der Laurentreihenentwicklung berechne man die komplexe Partialbruchzerlegung von $f$.

Anmerkung: Die Teile a), c) und d) der Aufgabe 3 stammen aus einer Vordiplomsklausur von Prof. Struckmeier.

**Aufgabe 4:**

a) Sei $f(z) := \dfrac{\mathrm{Log}(z)}{z-i}$ .

Existieren zum Entwicklungspunkt $z_0 = i$ Laurentreihen, die in $z = i/2$ bzw. $z = 1$ konvergieren? Falls ja, geben Sie diese bitte an.

b) Bestimmen und klassifizieren Sie alle Singularitäten der folgenden Funktionen.

(i)

$$f(z) = \frac{\cos(z) - 1}{z^2(1 - z^2)}$$

(ii)

$$g(z) = \cosh(\frac{1}{z})$$

**Abgabetermin:** 1.07.03