Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. H.J. Oberle
Dr. K. Rothe

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

Man gebe **alle** Potenzreihenentwicklungen der Funktion

$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z}$$

zum Entwicklungspunkt

$$\text{a)} \quad z_0 = 1, \qquad \text{b)} \quad z_0 = 0$$

an. Wo konvergieren die Reihen jeweils?

Aufgabe 18:

Man bestimme die Laurententwicklung der Funktion

$$\text{a)} \quad f(z) = \frac{\sin z}{z^3} \quad \text{im Punkt} \quad z_0 = 0,$$

$$\text{b)} \quad f(z) = (z+i)\cos\left(\frac{1}{z-\pi}\right) \quad \text{im Punkt} \quad z_0 = \pi$$

und gebe die Residuen von $f(z)$ in z_0 an.

Aufgabe 19:

Für die folgenden Funktionen

$$\begin{aligned} f_1(z) &= \frac{z^2}{z^4-1}, & f_2(z) &= \frac{\cos z - 1}{z}, \\ f_3(z) &= \cos\frac{1}{z}, & f_4(z) &= \tanh\, z \end{aligned}$$

bestimme man:

a) Lage und Art der (endlichen) Singularitäten,

b) die zugehörigen Residuen,

c) das Verhalten in $z = \infty$ und $\mathrm{Res}(f_k; \infty)$,

d) die ersten drei (nichtverschwindenden) Summanden der Laurentreihe um $z = 0$, die für große z konvergiert.

Aufgabe 20:

a) Man bestimme mit Hilfe der Laurent-Reihe die Partialbruchzerlegung der rationalen Funktion

$$f(z) = \frac{4z^3}{z^4+4}\ .$$

b) Man berechne folgendes Integral mit Hilfe des Residuensatzes

$$\int\limits_c \frac{32z}{z^4-256}\, dz\ ,$$

dabei ist c die im positiven Sinn durchlaufene Ellipse

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1\ .$$

Abgabetermin: 18.6. und 21.6.02