

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

- a) Berechnen Sie das Integral $\int_c (1 + z^2) dz$ entlang des geradlinigen Weges von $-(1 + i)$ nach $1 + i$ direkt und mit Hilfe einer Stammfunktion.
- b) Berechnen Sie das Integral $\int_c z \sin z dz$ für $c(t) = it$ mit $0 \leq t \leq 1$ direkt und mit Hilfe einer Stammfunktion.

Aufgabe 18: Mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel berechne man folgende Integrale:

$$\begin{array}{ll} a) \oint_{|z+1|=1} \frac{dz}{(z+1)(z-1)^3} & b) \oint_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} dz \\ c) \oint_{|z+2i|=3} \frac{dz}{z^2 + \pi^2} & d) \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{\exp(1-z)}{z^3(1-z)} dz \end{array}$$

Aufgabe 19:

- a) Man berechne die Laurent-Reihe zu $f(z) = \frac{3}{(z+1)(z-2)}$ für $1 \leq |z| \leq 2$.
- b) Zur Funktion $f(z) = \frac{1}{z^2 - iz}$ gebe man diejenige Laurent-Reihe um den Entwicklungspunkt $z_0 = -i$ an, die für $z = \frac{1}{2}$ konvergiert.

Aufgabe 20: Für die Funktionen

$$\begin{array}{ll} a) f(z) = \frac{z}{z^4 - 1} & b) f(z) = \frac{\cos(z) - 1}{z} \\ c) f(z) = \frac{1}{\cos z} & d) f(z) = \frac{z^4 + 18z^2 + 9}{4z(z^2 + 9)} \end{array}$$

bestimme man Lage und Art der Singularitäten (soweit diese im Endlichen liegen).

Abgabetermin: 18./19.6.2001