Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2003/04**
Prof. Dr. Klaus Taubert
Dr. Kai Rothe
Cornelia Sauer

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:
Bestimmen Sie unter Beachtung der speziellen Form der Matrix ein reelles Fundamentalsystem für das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\dot{z} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} z$$

Aufgabe 14:
Gegeben sei das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= 4y_1 - y_2 + 4y_3. \end{aligned}$$

a) Transformieren Sie das System in eine DGL höherer Ordnung in z und bestimmen Sie davon ausgehend ein reelles Fundamentalsystem für das System.
b) Lösen Sie das zugehörige Anfangswertproblem mit $y_1(0) = 7, y_2(0) = 26, y_3(0) = 78$.
c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Systems mit der Inhomogenität $h(t) = (0, 0, e^{3t})$, indem Sie eine partikuläre Lösung über den Ansatz $z_p(t) = a_1 e^{a_2 t}$ finden können.

Aufgabe 15:
Bestimmen Sie mit dem Reduktionsverfahren ein Fundamentalsystem von

$$y'' - \frac{4}{t} y' + \frac{4}{t^2} y = 0.$$

Aufgabe 16:
Bestimmen Sie für die folgenden Differentialgleichungssysteme jeweils die Art des stationären Punktes $(0, 0)^T$ und lösen Sie die Anfangswertaufgabe.

a) $$\begin{aligned} \dot{y} &= -y + 6z, & y(0) &= 5 \\ \dot{z} &= -y + 4z, & z(0) &= 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} \dot{y} &= 5y - 9z, & y(0) &= 0 \\ \dot{z} &= y + 5z, & z(0) &= 2. \end{aligned}$$

Abgabetermin: 15.12.-19.12.2003 (zu Beginn der bung)