Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. Jens Struckmeier
Dr. Peywand Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 1:
Seien $a, b \in \mathbb{R},\ 0 < a < b$ gegeben. Bestimmen Sie alle stationären Punkte des Systems

$$\begin{aligned} u' &= au - u^2 - uv \\ v' &= bv - v^2 - uv \end{aligned}$$

und untersuchen Sie diese auf Stabilität.

Aufgabe 2:
Untersuchen Sie mit Hilfe einer Funktion der Form $V(y) = ay_1^2 + by_2^2$ die stationären Punkte von

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_1 y_2^2 + y_1^3 \\ y_2' &= y_2 y_1^2 + y_2^3 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_1 y_2^2 - y_1^3 \\ y_2' &= y_2 y_1^2 - y_2^3 \end{aligned}$$

auf Stabilität.

Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie die Laplace Transformierten der folgenden Originalfunktionen

(i) $F(t) := 5e^{-2t}$,

(ii) $G(t) := t^2 \sin(3t)$,

(iii) $H(t) := \sinh(t)\cos(\alpha t)$,

(iv)

$$K(t) = \begin{cases} t+1 & 0 \leq t < 1 \\ 3t-1 & 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

b) Bestimmen Sie die Originalfunktionen der folgenden Bildfunktionen der Laplace Transformation

(i) $g(s) := \dfrac{s+1}{(s^2+2s+10)^2}$,

(ii) $f(s) := \dfrac{5s^2-13s+21}{(s-2)(s^2-2s+5)}$.

Aufgabe 4:

Lösen Sie folgende Anfangswertaufgaben mit Hilfe der Laplace Transformation

a) $Y'' + 2Y' - 3Y = e^t + 2e^{-3t} \qquad Y(0) = Y'(0) = 0\,,$

b)

$$\begin{aligned} X' &= Y \qquad && X(0) = 0\ ,\ Y(0) = 1 \\ Y' &= -X + t && \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} U'' - 2(V-U) &= 1 \qquad && U(0) = V(0) = 0 \\ V'' + 2(V-U) &= 0 && U'(0) = V'(0) = 1. \end{aligned}$$

Abgabetermine: 13.1.-17.1.2003