Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2000/01**
Priv. Doz. Dr. I. Gasser
Dr. K. Rothe

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

Man bestimme den Typ der folgenden Differentialgleichungen und berechne die Lösungen:

a) $x^2y' + (1-x)y = 0\,,$ b) $y' = 2y - 2(x^2 - x + 1)\,,$

c) $y' + xy = xy^3\,,$ d) $x^2y' = x^2y^2 + xy + 1\,.$

Hinweis: Für d) gibt es eine Lösung von der Form cx^α mit $c, \alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Differentialgleichung $\quad y' = \left(2 + \frac{1}{x}\right) y\,.$

a) Man löse die Differentialgleichung durch Trennung der Veränderlichen.

b) Man löse die Differentialgleichung über einen Potenzreihenansatz der Form $y(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i x^i$ und bestimme den Konvergenzradius der Potenzreihe.

Aufgabe 7:

Die Clairautsche Differentialgleichung

$$y = xy' + \psi(y')$$

besitzt eine allgemeine Lösung der Form $y = Cx + \psi(C)$ mit $C \in \mathbb{R}$.

Außerdem kann noch eine 'singuläre Lösung' y_s vorhanden sein, die man durch Elimination von p aus den Gleichungen $y_s = px + \psi(p)$ und $x + \psi'(p) = 0$ erhält.

Man löse die Differentialgleichung

$$y_s(x) = xy' + e^{y'}\ ,$$

und gebe eine geometrische Deutung der singulären Lösung an.

Aufgabe 8:

Man löse die folgenden Differentialgleichungen:

a) $(1-y)y'' + 2(y')^2 \ = \ 0\ ,$ b) $y'' \ = \ y^{-3}\ ,$ c) $xy'' \ = \ y' \ln\left(\frac{y'}{x}\right)\ .$

Abgabetermin: 6.11.-10.11.