

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1 Präsenzübungen

Aufgabe 1: In der Luft eines Raumes der Grösse $50m \times 17,5m \times 4m$ ist ein CO_2 Gehalt von 0,2 %. Ein Ventilator bringt $4,2 m^3 s^{-1}$ Frischluft mit 0,05 % CO_2 Gehalt in den Raum. Berechnen Sie den CO_2 Gehalt nach 20 Minuten.

Aufgabe 2: Die Erdanziehung eines Körpers mit Masse m mit Abstand s vom Erdmittelpunkt ist durch $k\frac{m}{s^2}$ gegeben. Bestimmen Sie k mit der Information, dass an der Erdoberfläche (Abstand $R = 6500$ (in km)) die Erdbeschleunigung $g = 9,81$ (in ms^{-2}) wirkt. Bestimmen Sie die Aufprallgeschwindigkeit eines Körpers, welcher aus einer Ruhelage von $5R$ auf die Erdoberfläche prallt (ignorieren Sie jede Art von Reibung). Welche ist die Aufprallgeschwindigkeit aus "unendlicher" Höhe?

Aufgabe 3: Ein Fallschirmspringer hat im Moment des Öffnens des Fallschirms eine Geschwindigkeit v von 55 (in ms^{-1}). Die Gesamtmasse des Springers mit Fallschirm sei m (in kg) und die Bremskraft des Schirms sei $mg\frac{v^2}{25}$ (in N) mit $g = 9.81$ (in ms^{-2}) als Erdbeschleunigung. Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Springers nach dem Öffnen des Schirms als Funktion der Zeit und gegebenenfalls die Grenzggeschwindigkeit. Hängt die Grenzggeschwindigkeit von der Öffnungsgeschwindigkeit ab?

Aufgabe 4: Lösen Sie die Differentialgleichungen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{3xy^2}, \quad xdy - ydx - \sqrt{x^2 - y^2}dx = 0, \quad (1)$$

und

$$(2x \sinh \frac{y}{x} + 3y \cosh \frac{y}{x})dx - 3x \cosh \frac{y}{x} dy = 0, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2x + 3y}{x - y}, \quad (2)$$

wobei gegebenenfalls eine implizite Darstellung der Lösung genügt.