Hinweis: Die Bearbeitung der Aufgaben **muss** in deutsch erfolgen. Ausarbeitungen in anderen Sprachen werden nicht bewertet.

Aufgabe 1:

Gegeben sei die durch

$$f(x,y) = \frac{(y-1)(x+1)^2}{2} - \frac{(y+1)^2}{2} + 2$$

definierte Funktion.

a) Man bestimme alle stationären Punkte von f und klassifiziere sie.

b) Für die durch $f(x,y) = 0$ definierte Höhenlinie bestimme man alle Punkte mit horizontaler Tangente.

c) Für den Punkt $P = (-1,-3)$ gilt $f(-1,-3) = 0$. Man überprüfe, ob sich die Lösungsmenge von $f(x,y) = 0$ in einer Umgebung von P eindeutig durch eine C^1-Funktion $y(x)$ bzw. $x(y)$ darstellen lässt.

Aufgabe 2:

Gegeben seien der Körper

$$E = \left\{ (x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 16\,,\; 0 \leq y, z \right\}$$

und das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = \left(x^3, \frac{y^3}{4}, z^3 \right)^T \; .$$

a) Man skizziere E.

b) Der Rand von E ist beschreibbar durch zwei ebene Flächenstücke B und F und ein nichtebenes Flächenstück S.

Man gebe Parametrisierungen für die beiden ebenen Randflächenstücke B und F an.

c) Man berechne jeweils den Fluss von $\boldsymbol{f}$ durch die beiden ebenen Randflächenstücke B und F.

d) Man berechne das Volumenintegral $\displaystyle\int_E \operatorname{div} \boldsymbol{f}(x,y,z)\, d(x,y,z)\,.$

e) Man bestimme den Fluss durch das nichtebene Flächenstück S.