Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2005/06**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Man berechne die Kurvenintegrale (2. Art)

a) für das Vektorfeld $\boldsymbol{f}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2+y \\ xy \end{pmatrix}$ längs der Gerade vom Ursprung zum Punkt $P=(1,1)$,

b) für das Vektorfeld $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \dfrac{1}{x^2+y^2}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ z \end{pmatrix}$ längs der Kurve $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t, t)^T$, $0 \le t \le 2\pi$.

Aufgabe 22:

Für folgende Vektorfelder

a) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} yz\,\sin(xyz) \\ xz\,\sin(xyz) \\ xy\,\sin(xyz) \end{pmatrix}$, b) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{y} - \frac{z}{x^2} \\ \frac{1}{z} - \frac{x}{y^2} \\ \frac{1}{x} - \frac{y}{z^2} \end{pmatrix}$,

c) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{x} \\ \frac{1}{y} \\ \frac{1}{z} \end{pmatrix}$, d) $\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ xyz \end{pmatrix}$

kläre man, ob es ein Potential gibt und berechne es gegebenenfalls. Man berechne $\oint_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}\, d\boldsymbol{x}$ längs des Einheitskreises $\boldsymbol{c}$ in der xy-Ebene, falls dies möglich ist.

Aufgabe 23:

Man berechne den Schwerpunkt von M bei homogener Dichte ρ:

a) $M = \left\{ (x, y, z) \,\middle|\, z \geq 0 \ \wedge \ x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 1 \right\}$

b) $M = \left\{ (x, y) \,\middle|\, 0 \leq x \leq 2 \ \wedge \ 0 \leq y \leq \cos \frac{\pi}{4} x \right\}$.

Aufgabe 24:

Man berechne mit Hilfe des Transformationssatzes:

a) Die Fläche der Ellipse

$$E = \left\{ (x, y) \,\middle|\, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\} .$$

b) Man integriere

$$f(x, y, z) := \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$$

über die Einheitskugel und über das im positiven Oktanden $x, y, z \geq 0$ liegende Achtel der Einheitskugel!

Abgabetermin: 23.1. - 27.1.2006 (zu Beginn der Übung)