Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2004/05**
Prof. Dr. H. J. Oberle
Dr. H. P. Kiani

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3

Aufgabe 9:

a) Ermitteln Sie das Taylor-Polynom $T_3(\boldsymbol{x}\,;\,\boldsymbol{x}^0)$ dritten Grades für die Funktion $f(x,y) := e^x \cos y$ zum Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x}^0 = (0,0)^{\mathrm{T}}$ sowie das zugehörige Restglied $R_3(\boldsymbol{x}\,;\,\boldsymbol{x}^0)$.

Schätzen Sie den Fehler $|R_3(\boldsymbol{x}\,;\,\boldsymbol{x}^0)|$ auf den Quadrat $[-1/4, 1/4]^2$ nach oben ab.

b) Berechnen Sie das Taylor-Polynom $T_2(\boldsymbol{x}\,;\,\boldsymbol{x}^0)$ zweiten Grades für die Funktion

$$f(x,y,z) \;:=\; z^2\, e^{x\,\cos y}$$

zum Entwicklungspunkt $\boldsymbol{x}^0 = (0, \pi/2, 1)^{\mathrm{T}}$. Verwenden Sie dazu einmal den Taylorschen Satz (17.3.9) mit der Berechnung der partiellen Ableitungen und zum Zweiten die bekannten Reihenentwicklungen der auftretenden elementaren Funktionen in einer Variablen.

Aufgabe 10:

a) Bestimmen Sie eine Näherung für ein lokales Minimum der Funktion

$$f(x,y) = 4x^2 + xy + 4y^2 + \sin(x-y)\,,$$

indem Sie ein Minimum des Taylorpolynoms zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(0,0)^{\mathrm{T}}$ berechnen.

b) Schätzen Sie den Betrag des Restglieds R_2 in dem errechneten Punkt ab und berechnen Sie den tatsächlichen Fehler.

c) Berechnen Sie mit Hilfe von MATLAB (siehe fminunc) eine Näherung für das Minimum von f.

Aufgabe 11:

Unter allen Dreiecken mit gegebenem Umfang U ist dasjenige mit größtem Flächeninhalt F zu bestimmen.

Verwenden Sie dazu die *Formel von Heron*:

$$F = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

wobei $s := U/2$ und a, b und c die Seitenlängen des gesuchten Dreiecks bezeichnen.

Aufgabe 12:

a) Man zeige: Die Funktion $f(x,y) := 3x^4 - 4x^2y + y^2$ besitzt in $\boldsymbol{x}^0 = \mathbf{0}$ kein lokales Minimum.

b) Man bestimme alle lokalen Extrema und Sattelpunkte der Funktion $f(x,y) = \cos(2x) + \cos(x+y)$. Skizze!

Abgabetermine: 22.11. – 26.11.2004 **vor** der Übung.