Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WS 2003/04**
Prof. Dr. W. Hofmann
Dr. K. Rothe
Jochen Merker

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:
Bestimmen Sie für die folgenden implizit definierten Kurven die Symmetrien, klassifizieren Sie die singulären Punkte und zeichnen Sie die Kurven.

a) $f(x,y) := (x^2+y^2)^2 - x^3 = 0$ „Ovoid“

b) $g(x,y) := x^3 + 3(x+1)(y^2 - xy) = 0$ „defekte Hyperbel“

Aufgabe 14:
Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch $f(x,y,z) := y\sin(x)\ln(1+z^2) + xz$ gegeben. Prüfen Sie, ob die Lösungsmenge der Gleichung $f(x,y,z) = 0$ lokal beim Punkt $(1,1,0)$ eine glatte Fläche im $\mathbb{R}^3$ ist. Bestimmen Sie gegebenenfalls, welche der Komponenten x, y, z sich durch die anderen beiden ausdrücken läßt, und lösen Sie die Gleichung lokal bei $(1,1,0)$ explizit nach dieser Komponente auf. Ermitteln Sie weiterhin den Tangentialraum der Fläche im Punkt $(1,1,0)$.

Aufgabe 15:
Bestimmen Sie die Kandidaten für Extrema bei den folgenden Funktionen auf den angegebenen Kurven einerseits mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorregel und andererseits direkt durch Parametrisierung $c(t)$ der Kurve und anschließendes Ableiten von $(f \circ c)(t)$.

a) $f(x,y) := \cos(\pi(x+1)y)$ auf $\{(x,y) |\, xy = 1\}$

b) $f(x,y) := x^2 + y^2$ auf $\{(x,y) |\, x^2 + 4y^2 = 4\}$

Aufgabe 16:
Für die Funktion $f(x,y,z) := 3y^2 - 2z$ bestimme und klassifiziere man die Extrema auf dem Schnitt des Zylinders $x^2 + y^2 = 1$ mit dem Hyperboloid $x^2 + 4y^2 - z^2 = 3$.

Abgabetermin: 8.12.-12.12.2003 (zu Beginn der Übung)