Aufgabe 1
Gegeben ist die Vektorfeld $\boldsymbol{f}(x,y) := (x, xy+3)^T$ sowie der Bereich

$$K := \left\{(x,y)^T \mid (x-1)^2 + y^2 \le 1, y \ge 0\right\}$$

a) Berechnen Sie das Kurvenintegral $\oint\limits_{\partial K} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(d\boldsymbol{x})$ (positiv orientierter Umlauf).

b) Bestimmen Sie $\operatorname{rot}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ und ermitteln Sie das Bereichsintegral $\int\limits_K \operatorname{rot}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x}$.

Aufgabe 2

a) Auf dem Bereich $D :=]0,\infty[^2$ ist das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f}(x,y) := \left(-\frac{2xy}{x^4+y^2} + \frac{1}{x} - y^2, \frac{x^2}{x^4+y^2} + \frac{1}{y} - 2xy\right)^T$$

konservativ.

Bestimmen Sie ein Potential von $\boldsymbol{f}$.
Hinweis: Die notwendige Bedingung $\operatorname{rot}\boldsymbol{f} = 0$ muss *nicht* überprüft werden.

b) Zeigen Sie, dass $\boldsymbol{x}^0 = (0,0)^T$ ein stationärer Punkt der Funktion

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \sin(xy)$$

ist und klassifizieren Sie ihn (Minimum, Maximum, Sattelpunkt?).