Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2005**
Prof. Dr. R. Lauterbach
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5:

a) Man bestimme für folgende Funktionenreihen den maximalen Konvergenzbereich und untersuche welche Art von Konvergenz (punktweise, gleichmäßige) vorliegt.

(i) $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \dfrac{x^2}{(1+x^2)^k}$

(ii) $g(x) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{\sin((2k-1)x)}{(2k-1)^2}$

b) Man zeige, dass für $x \in]0, \infty[$

$$h_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(x+k)(x+k+1)}$$

gleichmäßig gegen $h(x) = \dfrac{1}{x}$ konvergiert.

Aufgabe 6:

Man bestimme die Konvergenzradien und Konvergenzintervalle der folgenden Reihen

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(10x)^n}{\sqrt{n}}$,

b) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{3^n(n+1)\sqrt{n+1}}$,

c) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2x+1)^n}{3n+1}$,

d) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^n x^n$.

und untersuche das Konvergenzverhalten in den Randpunkten des Konvergenzintervalle.

Aufgabe 7:

a) Man berechne die Taylorreihe für $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ im Entwicklungspunkt x_0 mit $|x_0| \neq 1$ und bestimme den zugehörigen Konvergenzradius in Abhängigkeit von x_0.

b) Für die Entwicklungspunkte $x_0 = -2, 0, 2$ gebe man die Konvergenradien und Konvergenzintervalle an. Gehören die Randpunkte dazu?

c) Unter Verwendung von

$$f(z) = \frac{1}{1-z} = \frac{1}{1-z_0} \cdot \frac{1}{1 - \dfrac{z-z_0}{1-z_0}}$$

und der Summenformel für die geometrische Reihe berechne man (erneut) die Potenreihe für f zum Entwicklungspunkt $z_0 = i$ und bestimme deren Konvergenzradius.

Aufgabe 8:

Man bestimme die Glieder bis zur 4. Ordnung von Potenzreihenentwicklungen um den Nullpunkt für die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\cos x}, \quad -\pi/2 < x < \pi/2$$

nach den folgenden Methoden

a) Taylorentwicklung

b) über die geometrische Reihe gemäß $\dfrac{1}{\cos x} = \dfrac{1}{1-(1-\cos x)}$

c) über die Rekursionsformel aus dem Cauchyprodukt (Buch Satz 11.2.13 e).

Abgabetermin: 25.4. - 28.4. (zu Beginn der Übung)