Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SS 2003**
Prof. Dr. W. Hofmann
Dr. K. Rothe

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f \; : \; [1,2] \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = \ln x \, .$$

a) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die $x-$Achse rotiert.

b) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die $y-$Achse rotiert.

c) Man berechne die Oberfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die $y-$Achse rotiert.

d) Man skizziere die Rotationskörper.

Bemerkung: Die Integrale sollen elementar, d.h. ohne Formelsammlung gelöst werden.

Aufgabe 22:

a) Man berechne die Bogenlänge der Kurve $\mathbf{c} : [0,\pi] \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t - \sin t \\ 1 - \cos t \\ 4\sin(t/2) \end{pmatrix} .$$

b) Man berechne den Flächeninhalt der von $\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos^3 t \\ \sin^3 t \end{pmatrix}$ umschlossenen Fläche.

Aufgabe 23:

Durch

$$r(\varphi) = \sqrt{\ln(\tan\varphi)}$$

ist eine Kurve in Polarkoordinaten gegeben.

a) Man bestimme den Definitionsbereich $D \subset [0, 2\pi]$ und skizziere die Kurve.

b) Man berechne den Tangenteneinheitsvektor der Kurve im Punkt $(0, 0)$.

c) Ist die von der Kurve für $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ überstrichene Fläche endlich?

Aufgabe 24:

a) Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = y$. Man berechne das Kurvenintegral 1. Art von f längs der Ellipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.

b) Durch $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t)$ mit $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ sei ein Draht parametrisiert. Er besitze die Massendichte $\rho(\mathbf{c}(t)) = \sqrt{1 + \sin t}$. Man berechne die Gesamtmasse des Drahtes.

Abgabetermin: 30.06.-3.07.2003 (zu Beginn der Übung)