Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SS 2003**
Prof. Dr. W. Hofmann

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

Von einem quadratischen Stück Pappe mit der Seite $a = 9$ cm werden an den Ecken Quadrate mit der Seitenlänge x abgeschnitten. Wie ist x zu wählen, damit der Rest eine Schachtel mit möglichst großem Rauminhalt ergibt?

Aufgabe 2:

Für die Zweige der Kurve $y^2 = \frac{1}{4}(x^3 + 2x^2)$ berechne man Definitionsbereich, Differenzierbarkeitsbereiche, Symmetrieverhalten, Nullstellen, Tangenten in $x = 0$, Extrema, Monotonie- und Konvexitätsbereiche, Verhalten im Unendlichen.

Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Fixpunktsatzes den Schnittpunkt von $y = \cos(x)$ mit der Winkelhalbierenden bis auf 2 Nachkommastellen genau.
   Man weise dazu die Voraussetzungen des Fixpunktsatzes nach (u.a. Prüfung der Kugelbedingung) und sichere das Ergebnis durch die Fehlerabschätzung des Fixpunktsatzes.
   Hinweis: Vorgehen des Beispiels in der letzten Vorlesung: Man wähle eine Startlösung und iteriere bis man glaubt, die Kugelbedingung erfüllen zu können.

b) Man benutze die gleiche Startlösung wie in a) und rechne mit dem Newtonverfahren so lange, bis man eine vergleichbar gute Näherung erhält. Man vergleiche die Zahl der Iterationsschritte von Fixpunkt- und Newton-Verfahren.

Aufgabe 4:

Untersuchen Sie die Funktionenfolgen

a) $f_n : [0, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad f_n(x) = \dfrac{x}{1 + nx}$

b) $g_n : [0, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad g_n(x) = \dfrac{nx}{1 + n^2x^2}$

c) $h_n : [1, \infty) \to \mathbb{R}, \qquad h_n(x) = \dfrac{n^2x}{1 + n^3x^2}$

d) $p_n : [0, \pi] \to \mathbb{R}, \qquad p_n(x) = \dfrac{\cos x}{\sqrt{n}}$

e) $q_n : [0, \pi] \to \mathbb{R}, \qquad q_n(x) = \dfrac{\sin n^n x}{n}$

auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

Abgabetermin: 14.04.-17.04.2003 (zu Beginn der Übung)