Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2002**
Prof. Dr. J. Struckmeier

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21: Gegeben sei das parameterabhängige Integral

$$F(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} f(t,x)\,dt$$

mit stetigem f und $\frac{\partial f}{\partial x}$ und stetig differenzierbaren Funktionen $a(x)$ und $b(x)$. Dann gilt

$$F'(x) = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} f(t,x)\,dt + f(b(x),x)b'(x) - f(a(x),x)a'(x)$$

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $F(x) = \int_{-x}^{x} \frac{\sin t}{t}\,dt$ b) $F(x) = \int_{0}^{x} \ln(xt)\,dt$

c) $F(x) = \int_{0}^{x} e^{-xt}\,dt$ d) $F(x) = \int_{\ln x}^{1+x^2} e^{t}\,dt$

Aufgabe 22: Die beiden Funktionen $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = 2x + 1$ schliessen im Intervall $[0,2]$ eine Fläche ein. Berechnen Sie das Volumen und die Oberfläche des Körpers, der entsteht, wenn diese Fläche um die x–Achse rotiert.

Aufgabe 23: Berechnen Sie die Bogenlänge der folgenden Kurven:

a) $y(x) = \frac{1}{2}x^2,\ -1 \le x \le 1$

b) $c(t) = (\ln t, 2\sqrt{t}),\ 3 \le t \le 8$

c) $c(t) = (t\sin t, \frac{2}{3}\sqrt{2t^3}, 2 - t\cos t),\ 1 \le t \le 3$

d) $c(t) = (e^{-t}\cos t, e^{-t}\sin t, e^{-t}),\ t \in [0,\infty)$

b.w.

Aufgabe 24:

a) Die Lemniskate ist (in Polarkoordinaten) gegeben durch

$$r(\phi) = a\sqrt{2\cos 2\phi}$$

mit $-\pi/4 \leq \phi \leq \pi/4$ und $3\pi/4 \leq \phi \leq 5\pi/4$.
Skizzieren Sie die Lemiskate, berechnen Sie Ihre Bogenlänge und die Fläche, die die Kurve umschliesst.

b) Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x + y$. Berechnen Sie das Kurvenintegral 1. Art von f längs der Ellipse $\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

c) Durch $c(t) = (\cos^2 t, 2\sin t)$ und $t \in [0, \pi/2]$ sei ein Draht mit Massendichte

$$\rho(c(t)) = \cos t$$

parametrisiert. Berechnen Sie die Gesamtmasse des Drahtes.

Abgabetermin: 1.7–4.7 **vor** der Übung