

Aufgabe 1:

a) Man skizziere die Menge

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid : x^2 + y^2 \leq 4 \wedge -1 \leq x \leq 0\}$$

b) Man untersuche die rekursive Folge

$$x_1 = 6, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n} + 2$$

auf Konvergenz und berechne gegebenenfalls den Grenzwert.

c) Gegeben sei die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2n+3}}.$$

- (i) Warum konvergiert die Reihe?
- (ii) Ab welchem Index N unterscheiden sich die Partialsummen s_N vom Grenzwert der Reihe um weniger als 10^{-1} ?

Aufgabe 2:

a) Man berechne die folgenden Grenzwerte

- (i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x/3 - 3 + \sqrt{9 - 2x}}$,
- (ii) $\lim_{x \rightarrow \pi} (x - \pi) \cdot \cot x$.

b) Gegeben sei die durch $f(x) = \sin(\pi^2 - x^2)$ definierte Funktion.

- (i) Man berechne das Taylorpolynom $T_2(x; x_0)$ von f zum Entwicklungspunkt $x_0 = \pi$.
- (ii) Man schätze den Fehler zwischen $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ und $T_2\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nach oben ab.