

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 1

Aufgabe 1:

a) Man gebe die Wahrheitstafeln der folgenden Aussagen an:

(i) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$,

(ii) $(A \vee B) \wedge \neg(B \vee C)$.

Wie können die Aussagen demnach vereinfacht dargestellt werden?

b) Durch Wahrheitstafeln beweise man, dass folgende Aussagen Tautologien sind

(i) $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$,

(ii) $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B$.

Aufgabe 2:

a) Man beweise die Behauptung B: $\forall a, b \in \mathbb{R} : a^2 + b^2 \geq 2ab$

(i) indirekt,

(ii) direkt.

b) Man beweise indirekt die Behauptung B: $\log_{10} 5$ ist irrational.

Welche Voraussetzungen werden für die Beweise stillschweigend benutzt?

Aufgabe 3:

Man stelle die folgenden Mengen durch Aufzählung ihrer Elemente dar

a) $A = \{x \in \mathbb{R}; x^3 + x^2 - 2x = 0\}$,

b) $B = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; x + \frac{4}{x} = 4\}$,

c) $C = \{x \in \mathbb{N}; x^2 - 4x - 5 \leq 0\}$,

d) $D = \{x \in \mathbb{Z}; \frac{1}{8} < 2^x \leq 6\}$.

e) Man bilde die Mengen $D \setminus A$, $A \setminus D$, $B \cup C$, $C \cap D$.

Aufgabe 4:

Gegeben seien die Mengen

a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; \max(|x|, |y|) \leq 1\}$,

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; |x| + |y| \leq 1\}$,

c) $C = [0, 2] \times [0, 2]$.

Man stelle folgende Mengen graphisch dar:

A , B , C , $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \cup C$, $A \cap C$.

Hinweise:

(i) man untersuche die 4 Quadranten einzeln,

(ii) zur Erinnerung: für $x \in \mathbb{R}$ ist

$$|x| := \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0 \\ -x, & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

Abgabetermin: 8.11. - 12.11.04 (zu Beginn der Übung)