**Aufgabe 1:**

a) Man untersuche die folgenden Reihen mit Hilfe des Leibniz-Kriteriums auf Konvergenz

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \, \frac{n+6}{n(n+1)}$ ,

(ii) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \cos(n\pi) \, \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$ .

b) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte unter Anwendung der Regeln von l'Hospital.

(i) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\,x\right)}{\ln(x^2)}$

(ii) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x-\sin(x)}{x^3}$

**Aufgabe 2:**

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \dfrac{x^2}{e^x}$ .

a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die $k$-te Ableitung von $f$ für alle $k \in \mathbb{N}_0$ durch die Formel

$$f^{(k)}(x) = \frac{(-1)^k \, (x^2 - 2kx + k(k-1))}{e^x} \qquad k \in \mathbb{N}_0$$

gegeben ist.

b) Geben Sie das Taylor-Polynom dritten Grades von $f$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ an.

c) Schätzen Sie den absoluten Fehler $|f(x) - T_3(x;0)|$ im Intervall $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ nach oben ab.