Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2002/03**
Prof. Dr. W. Hofmann
Dr. K. Rothe

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5

Aufgabe 17:

a) Man untersuche mit der ε-δ-Charakterisierung die folgenden reellen Funktionen auf Stetigkeit im Punkt x_0:

(i) $f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 1 \\ 0 & \text{für } x < 1 \end{cases} \qquad \text{mit} \qquad x_0 = 1$

(ii) $g(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \sin \dfrac{1}{x^2} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x_0 = 0 \end{cases}$.

b) Gesucht ist eine für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion, für die gilt:

$$\begin{aligned} f(0) &= 2 , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für} \quad -\infty < x < -1 , \\ f'(x) &= 1 \quad \text{für} \quad -1 < x < 0 , \\ f'(x) &= -1 \quad \text{für} \quad 0 < x < \pi , \\ f'(x) &= 0 \quad \text{für} \quad \pi < x < \infty . \end{aligned}$$

Aufgabe 18:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & \text{für } x \leq 0 , \\ e^{ax} + b & \text{für } x > 0 . \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten a und b so, dass f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar wird.

Aufgabe 19:

Man stelle für die folgenden Funktionen im Punkte x_0 die Gleichung der Tangente auf:

a) $f(x) = a^x \quad \text{mit} \quad x_0 = 1\,,$

b) $g(x) = \begin{vmatrix} \tan x & \ln x \\ x^2 & \cos x \end{vmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = \pi\,,$

c) $\boldsymbol{h}(x) = \dfrac{x^2-1}{x^2+1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad x_0 = 0 \quad .$

Aufgabe 20:

a) Man berechne die Ableitungen der folgenden Funktionen und vereinfache die sich ergebenden Ausdrücke:

$$\text{i) } f(x) = \frac{1}{2}\sinh x \cosh x + \frac{x}{2}\,, \qquad \text{ii) } g(x) = -x\cot x + \ln(\sin x)\,.$$

b) Man berechne die ersten beiden Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } h(x) = \frac{x}{x^2+1}\,, \qquad \text{ii) } k(x) = x^x\,.$$

c) Man berechne die ersten drei Ableitungen der folgenden Funktionen:

$$\text{i) } u(x) = 7(2x+5)^2 - 2(8-9x) + 3\,, \qquad \text{ii) } v(x) = \sqrt{(4-7x)^3}\,.$$

Abgabetermin: 20.1. - 23.1. (zu Beginn der Übung)