

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften Präsenzübungen Blatt 0

Die angegebenen Nummern beziehen sich auf den Aufgabenband

Aufgabe A: (vgl. Aufgabe 1.1.5)

Man beweise direkt:

$$\text{a) } 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{für } q \neq 1,$$

$$\text{b) } 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Aufgabe B: (vgl. Aufgabe 1.1.4)

Mit Hilfe der Dreiecksungleichung

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

beweise man für reelle Zahlen a und b direkt

$$||a| - |b|| \leq |a - b|.$$

Aufgabe C: (vgl. Aufgabe 1.2.3)

Man gebe die reellen Zahlen x an, für die folgende Ungleichungen erfüllt sind:

$$\text{a) } \frac{3}{|x+2|} < 2 - 3x, \quad \text{b) } \sqrt{|x+2|} \leq |x+1|.$$

Aufgabe D: (vgl. Aufgabe 1.2.1)

Gegeben seien die folgenden Teilmengen der reellen Zahlen:

$$A := \{x \in \mathbb{R} : -3 < x < 4\}, \quad B := \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x\}, \quad C := \{x \in \mathbb{R} : -1 \leq x < 1\}.$$

Man bestimme

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} & A \cap C, & \text{(ii)} & A \cap B, & \text{(iii)} & A \cup B \cup C, \\ \text{(iv)} & A \cap (B \cup C), & \text{(v)} & \mathbb{R} \setminus B, & \text{(vi)} & A \setminus C, \\ \text{(vii)} & (\mathbb{R} \setminus C) \cup B, & \text{(viii)} & C \cup (\mathbb{R} \setminus B), & \text{(ix)} & (\mathbb{R} \cap B) \cup A, \\ \text{(x)} & (\mathbb{R} \cup A) \setminus B, & \text{(xi)} & ((A \setminus B) \cap C) \cup A, & \text{(xii)} & ((A \cup B) \cap C) \setminus A. \end{array}$$