Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2001/2002**
Prof. Dr. J. Struckmeier

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21: Berechnen Sie die lokalen und globalen Extremwerte der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 3-(x+3)^2 & : \quad -4 \le x < -2 \\ 3+(x+1)^3 & : \quad -2 \le x < 0 \\ |(x-1)(x-3)| & : \quad 0 \le x \le 4 \end{cases}$$

auf dem Intervall $I = [-4, 4]$. In welchen Bereichen ist die Funktion stetig, differenzierbar und monoton fallend oder wachsend?

Aufgabe 22: Bestimmen Sie die Taylor–Polynome ersten bis dritten Grades für die Funktion

$$f(x) = \frac{(1+x)^2}{\sqrt{1-x^3}} \qquad (-1 \le x \le 1)$$

zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ und skizzieren Sie diese zusammen mit $f(x)$. Schätzen Sie den Approximationsfehler des Taylor–Polynoms zweiter Ordnung für $|x| \le 1/2$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange ab.

Aufgabe 23: Berechnen Sie, gegebenenfalls mit Hilfe der Regeln von de l'Hospital, die folgenden Grenzwerte:

$$a) \quad \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right) \qquad b) \quad \lim_{x\to 0} \frac{e^{-x}-1}{x}$$

$$c) \quad \lim_{x\to 1^+} \frac{\ln x}{\sqrt{x^3-1}} \qquad d) \quad \lim_{x\to\infty} \left(\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} \right)$$

Aufgabe 24: Diskutieren Sie die reellwertigen Funktionen (vgl. Abschnitt 10.3 des Lehrbuches)

$$a) \quad f(x) = e^x \sin x \qquad b) \quad f(x) = \frac{x^3-2x^2+x}{x^2-1} \qquad c) \quad f(x) = \frac{4}{x} + \frac{1}{x^4}$$

Abgabetermin: 4.–7.2.2002 **vor** der Übung