

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 5: Man skizziere die Bereiche der (x, y) -Ebene:

$$\begin{array}{ll} a) & |x| \leq |y| \qquad b) \quad |x| + |y| = 2 \\ c) & |x| \leq 5 \wedge |y| \leq 5 \quad d) \quad |x| \leq 5 \vee |y| \leq 5 \end{array}$$

Aufgabe 6:

a) Mittels vollständiger Induktion zeige man

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

b) Man bestätige mittels vollständiger Induktion nach n :

$$\sum_{k=0}^n a^k b^{n-k} = \frac{a^{n+1} - b^{n+1}}{a - b}, \quad \text{falls } a \neq b.$$

Welchen Wert besitzt die Summe für $a = b$?

c) Für welche natürlichen Zahlen n gilt:

$$1) \quad 2^n > 2n + 1 \qquad 2) \quad 2^n > n^3$$

Aufgabe 7:

a) Man bestimme den ggT von $n = 4196$ und $m = 1200$ und stelle ihn als \mathbb{Z} -Kombination dar.

b) Man gebe die Dezimalzahl 13579 in 5-adischer Darstellung an.

c) Man schreibe die folgenden rationalen Zahlen (gegeben in periodischer Zahlendarstellung)

$$r_1 = 32.5\overline{271}, \quad r_2 = (0.\overline{123})_4$$

als Dezimalbrüche $r_k = n_k/m_k$ mit $n_k, m_k \in \mathbb{N}$, $k = 1, 2$.

Aufgabe 8:

- a) Bei der Parallelschaltung zweier Ohmscher Widerstände R_1 und R_2 ergibt sich der Gesamtwiderstand R_p aus $1/R_p = 1/R_1 + 1/R_2$. Bei der Hintereinanderschaltung berechnet sich der Gesamtwiderstand durch $R_h = R_1 + R_2$. Man zeige, dass die Gesamtwiderstände R_p und R_h die Ungleichung $R_h \geq 4R_p$ erfüllen. Wann gilt das Gleichheitszeichen?
- b) Man untersuche die Menge

$$M = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{1+n} + \frac{1+(-1)^n}{n}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

auf Beschränktheit und bestimme ggf. Infimum und Supremum

Abgabetermin: 26.–29.11.2001 vor der Übung