

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $\left(\frac{3}{2} - \frac{4}{5}i\right)^n$

b) $\sqrt{9n^2 + 3(n+1)} - 3n$

c) $x_0 = \frac{1}{10}, x_{n+1} = 2x_n - 7x_n^2$

Hinweis: Man zeige, dass die Folge durch $\frac{1}{7}$ beschränkt ist (quadratische Ergänzung) und monoton wächst.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2}}, \quad x \neq 2.$$

- Bestimmen Sie das Taylor-Polynom dritten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 4$.
- Schätzen Sie den Approximationsfehler im Intervall $[3, 5]$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange ab.