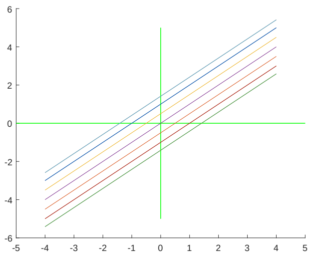
Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2022**
Prof.Dr.I.Gasser
Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3: Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die den Streifen
$S := \left\{ z \in \mathbb{C} \, : \, \mathrm{Re}\,(z) - \sqrt{2} \, < \, \mathrm{Im}\,(z) \, < \, \mathrm{Re}\,(z) + \sqrt{2} \right\}$



auf den Kreisring
$R := \{ \, z \in \mathbb{C} \, : \, 1 \, < \, |z| \, < \, 2 \}$ abbildet.
Die Funktion soll dabei nicht direkt auf den Real- oder den Imaginärteil von z sondern nur auf z selbst zugreifen.

Tipp: Transformieren Sie zunächst auf einen achsenparallelen Streifen $\tilde{S}$.

Aufgabe 2: Gegeben sei die Menge $R = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{4} \, < \, |z| \, < \, \frac{e^3}{4}, \, \mathrm{Re}\,(z) > 0\}$,

sowie die Abbildung

$$f(z) = e^{-i\frac{\pi}{2}} \cdot \ln\,(4\,z\,)\,,$$

wobei $\ln$ den Hauptwert des komplexen Logarithmus bezeichne.

a) Skizzieren Sie die Menge R in der komplexen Ebene.

b) Bestimmen Sie das Bild von R unter der Abbildung f.

Aufgabe 3) (4+3+3 Punkte)

a) Zur Lösung zweier Potentialprobleme sollen folgende Transformationen durchgeführt werden:

(i) Das Äußere der Ellipsenscheibe

$$E := \left\{ z = x + iy \in \mathbb{C} : \frac{16x^2}{25} + \frac{16y^2}{9} \leq 1 \right\},$$

also $\mathbb{C} \setminus E$, soll auf das Äußere des Einheitskreises $K_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ abgebildet werden.

(ii) Das Gebiet zwischen den durch $z = x + iy$ mit

$$\frac{4x^2}{3} - 4y^2 = 1 \iff \frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} - \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

definierten Hyperbelzweigen soll auf einen Sektor der Form

$$S := \{z \in \mathbb{C} : \phi_1 < \arg(z) < \phi_2\}$$

abgebildet werden.

Geben Sie geeignete Transformationen an.

b) Funktioniert Ihre Methode zur Lösung von Aufgabenteil a)i) analog im Falle der Ellipse

$$E := \left\{ z = x + iy \in \mathbb{C} : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} \leq 1 \right\},$$

Tipp: Umkehrung der Joukowski-Funktion.

Abgabetermine: 02.05.22 - 06.05.22