

## Klausur Komplexe Funktionen

06. März 2023

**Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt  
mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.**

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang: 

AIW	CS/CI	ET	GES	IIW	MB	MTB	SB	TM	
-----	-------	----	-----	-----	----	-----	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift: 

--

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$
------------

**Aufgabe 1) [4 Punkte]**

Es sei  $i$  die imaginäre Einheit. Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$\left(e^{i\frac{\pi}{8}} \cdot z\right)^4 = -16i.$$

und markieren Sie die Lösungspunkte in einer Skizze.



**Aufgabe 2) [4 Punkte]**

Es sei  $i$  die imaginäre Einheit,  $z = x + iy$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  und  $u$  die Funktion

$$u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad u(x, y) = 4x^2 - 4y^2 + 2e^{3x} \sin(3y).$$

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion  $u$  harmonisch ist.
- b) Bestimmen Sie alle zu  $u$  konjugiert harmonischen Funktionen  $v$ , das heißt alle Funktionen  $v$ , für die  $f = u + iv$  überall in  $\mathbb{C}$  komplex differenzierbar ist.



**Aufgabe 3: (10 Punkte)**

Gegeben ist  $f(z) = \frac{1}{(z-2)^2(z+1)}$ .

- a) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von  $f$ .
- b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten der Funktion  $f$ .
- c) Geben Sie die komplexe Partialbruchzerlegung von  $f$  an.
- d) Wie viele verschiedene Laurent-Reihen mit Entwicklungspunkt  $z_0 = 2$  gibt es zu  $f$ ?
- e) Bestimmen Sie diejenige Laurent-Entwicklung der Funktion  $f$  zum Entwicklungspunkt  $z_0 = 2$ , die in der Umgebung des Punktes  $z^* = -2$  gegen  $f(-2)$  konvergiert.



**Aufgabe 4: (2 Punkte)**

Berechnen Sie  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + 25)(x^2 + 4)} dx$ .



