Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2021**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6 (Hausaufgaben)

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale, sofern sie definiert sind:

i) $\displaystyle\int_{C_1+C_2} \mathrm{Re}\,(z)\,dz,$ C_1 : der in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Halbkreis $|z|=1,\ \mathrm{Re}\,(z)\geq 0,$
C_2 die geradlinige Verbindung zwischen i und $-i$,

Tipp: $\cos(t) = \frac{e^{it}+e^{-it}}{2},$

ii) $\displaystyle\int_{C_3} \frac{1}{\bar{z}}\,dz,$ $C_3(t)=e^{(1+i)t}, \quad t\in[-\frac{\pi}{4},\,\frac{\pi}{4}]\,,$

iii) $\displaystyle\int_{C_4} \frac{1}{1+z^2}\,dz,$ $C_4(t)=e^{it}, \quad t\in[0,\,\pi]\,,$

iv) $\displaystyle\int_{C_5} \frac{2z}{1+z^2}\,dz,$ $C_5(t)=\frac{1}{2}e^{it}, \quad t\in[0,\,\pi]\,.$

b) Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale. Die angegebenen Kurven sollen einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden.

(i) $\displaystyle\oint_{C_k} \frac{e^z}{z}\,dz \qquad k=1,2 \quad C_1\ :\ |z|=1, \quad C_2 : |z-2|=1\,,$

(ii) $\displaystyle\oint_{C} \frac{z^2+2}{(z^3-z^2+z-1)}\,dz \qquad C\ :\ |z-0.5|=1$

Aufgabe 2)

a) Es sei C der einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Einheitskreis $|z| = 1$.

(i) Berechnen Sie $$\int\limits_C \frac{1}{(e^z - i)}\, dz\,.$$

(ii) Für eine auf $\mathbb{C}$ analytische Funktion gelte $|\, f(z)\,| = 4$ überall auf der Kurve C und $f(0) = 4i$. Wie muss dann f aussehen?

b) Sei C eine doppelpunktfreie geschlossene stückweise C^1 Kurve. Wann ist das Integral

$$I(C) := \int\limits_C \frac{z}{z^2+1}\, dz$$

definiert?

Welche Werte kann das Integral annehmen, wenn es definiert ist?

Abgabetermine: 22.06 - 25.06.2021