

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5 7.7.-10.7.

Aufgabe 17:

Man berechne mit Hilfe des Cauchyschen Integralsatzes bzw. der Cauchyschen Integralformel die folgenden Kurvenintegrale, falls diese erklärt sind. Alle auftretenden Kurven werden einmal positiv orientiert durchlaufen.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z-2} dz, \quad \text{b)} \quad \oint_{|z|=2} \frac{1}{z^2-4} dz, \quad \text{c)} \quad \oint_{|z|=2} \frac{z^2-1}{z+1} dz, \quad \text{d)} \quad \oint_{|z|=2} \frac{z^2+1}{z+1} dz, \\ \text{e)} \quad & \oint_{c_{1,2}} \frac{\cos z}{z^2-\pi^2} dz, \quad c_1 : |z+2| = 2, \quad c_2 : |z-1.5| = 2, \quad \text{f)} \quad \oint_{|z+1|=2} \frac{2z+1}{z^2+3z+2} dz. \end{aligned}$$

Aufgabe 18:

Man berechne mit Hilfe der verallgemeinerten Cauchyschen Integralformel die folgenden Kurvenintegrale (alle auftretenden Kurven seien positiv orientiert):

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \oint_{|z+i|=1} \frac{\cos z}{(z+i)^2} dz, \quad \text{b)} \quad \oint_{|z-2|=1} \sin z + \frac{\ln z}{(z-2)^2} dz, \\ \text{c)} \quad & \oint_{|z|=5} \frac{\sin z}{(z-\pi)^4} dz, \quad \text{d)} \quad \oint_{|z+i|=2} \frac{\cos z}{z^3} dz, \quad \text{e)} \quad \oint_{|z|=4} \frac{\cosh z}{(z-i\pi)^5} dz. \end{aligned}$$

Aufgabe 19:

- a) Man berechne die Taylorreihe von $f(z) = \int_0^z \frac{d\xi}{4 + \xi^2}$ zum Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ und bestimme den Konvergenzradius.
- b) Man bestimme die Konvergenzradien der Taylor-Reihen folgender Funktionen zu den angegebenen Entwicklungspunkten z_0 , ohne die Reihen selbst zu berechnen:

(i) $f(z) = \frac{5z}{z^2 - 2z + 2}$, $z_0 = -1$ und $z_0 = -1 - i$,

(ii) $f(z) = \frac{1}{\cosh z}$, $z_0 = \frac{7i}{2}$,

(iii) $f(z) = \ln(3z + 5)$, $z_0 = 0$ und $z_0 = i$.

Aufgabe 20:

Man gebe alle Potenzreihenentwicklungen der Funktion

$$f(z) = \frac{2z}{z^2 - 1}$$

zum Entwicklungspunkt $z_0 = 2$ mit Konvergenzbereich an.

Tutoren gesucht:

Für die Durchführung und/oder Korrektur von Übungen zu Analysis I bzw. Mathematik III im Wintersemester 2020/21 und für den Brückenkurs Mathematik 2020/21 suchen wir noch studentische Tutoren.

Bewerbungen bitte per email an Kai Rothe (rothe@math.uni-hamburg.de) richten mit Namen, Matrikelnummer, Studiengang und bisherigen Klausurergebnissen in Mathematik.