

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 7: Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

- a) Wie viele verschiedene Laurent-Reihen gibt es für die folgenden Funktionen zu den jeweils angegebenen Entwicklungspunkten z_0 ?

(i) $f_1(z) = \frac{2z - 7}{z^2 + 3z - 4}, \quad z_0 = 0,$

(ii) $f_2(z) = \frac{\cos(z) - 2}{z^2}, \quad z_0 = 0.$

- b) Klassifizieren Sie die isolierten Singularitäten der Funktionen aus Teil a) und berechnen Sie die zugehörigen Residuen.
- c) Geben Sie die Partialbruchzerlegung von f_1 an.

Aufgabe 2)

Gegeben ist $f(z) = \frac{1}{z^2 - 6z + 10}.$

- a) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von f .
- b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten der Funktion f .
- c) In welcher Kreisscheibe um $z_0 = 0$ konvergiert die Taylor Reihe von f zum Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ gegen f ?
- d) Berechnen Sie die folgenden Integrale, sofern diese definiert sind.

- i) $\int_{\Gamma_1} f(z) dz, \quad \Gamma_1 := \{z(t) := 2 e^{it} \mid t \in [0, 2\pi]\},$
- ii) $\int_{\Gamma_2} f(z) dz, \quad \Gamma_2 := \{z(t) := i + 3 e^{it} \mid t \in [0, 2\pi]\},$
- iii) $\int_{\Gamma_3} f(z) dz, \quad \Gamma_3 := \{z(t) := 3 - 2i + 2 e^{it} \mid t \in [0, 4\pi]\},$
- iv) $\int_{\Gamma_4} f(z) dz, \quad \Gamma_4 := \{z(t) := 3 - 2i + 2 e^{-it} \mid t \in [0, 2\pi]\},$
- v) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 - 6x + 10} dx.$

Bearbeitungstermine: 09.07.19 - 12.07.19