Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2019**
Prof. Dr. T. Reis, Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 3: Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Geben Sie eine Möbius-Transformation an, mit

$$T(0) = 2i,\ T(4) = 0,\ T(8) = \infty\,.$$

b) (i) Bestimmen Sie die Bilder folgender Geraden unter der Abbildung T aus a). Geben Sie dazu jeweils eine genaue Begründung an.

A) $g_1 = \{z \in \mathbb{C}^* \,:\, \mathrm{Im}\,(z) = 0\}\,.$

B) $g_2 = \{z \in \mathbb{C}^* \,:\, \mathrm{Im}\,(z) = 8 - \mathrm{Re}\,(z)\}\,.$

C) $g_3 = \{z \in \mathbb{C}^* \,:\, \mathrm{Re}\,(z) = \mathrm{Im}\,(z)\}\,.$

(ii) Auf welche Menge wird dann das Innere des Dreiecks mit den Ecken 0, 8, $4+4i$ abgebildet? Fertigen Sie Skizzen der Urbild- und Bildebene an!

Aufgabe 2:

a) Zur Lösung eines Potentialproblems soll das Gebiet außerhalb der beiden Kreisscheiben

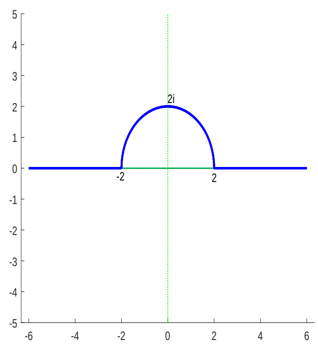
$\tilde{K}_1 := \left\{z \in \mathbb{C} \,:\, |z - \frac{5}{2}| \le \frac{3}{2}\right\}$, und

$\tilde{K}_2 := \left\{z \in \mathbb{C} \,:\, |z + \frac{5}{2}| \le \frac{3}{2}\right\}$

auf das Innere eines Kreisringes um Null abgebildet werden. Geben Sie eine geeignete Transformation an.

b) Es sei

$$D := \{x \in \mathbb{R} : -\infty < x \le -2\} \cup \left\{z \in \mathbb{C} \,:\, z = 2e^{i\phi},\ \phi \in [0,\pi]\right\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 2 \le x < \infty\}\,.$$



Bestimmen Sie das Bild von D unter der Abbildung $f(z) = \dfrac{2}{z} + \dfrac{z}{2}\,.$

Abgabe: 6.- 10.5.19