

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften Präsenzblatt 0

### Aufgabe A:

Gegeben seien die komplexen Zahlen  $z_1 = 3 + 2i$  und  $z_2 = 5 - 4i$ .  
Man berechne die kartesische Darstellung von

a)  $z_1 + z_2$ ,  $|z_1 + z_2|$ ,  $4z_1 - 7iz_2$ ,  $4\bar{z}_1 - 7i\bar{z}_2$ ,

b)  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$ ,  $z_1^3 \cdot z_2^2$ ,  $\operatorname{Re}(z_1^3) \cdot \operatorname{Im}(z_2^2)$ ,

c)  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $\frac{\operatorname{Im}(z_1)}{\operatorname{Re}(z_2)}$ .

### Aufgabe B:

Gegeben seien die komplexen Zahlen

$$z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = -1, z_4 = -i.$$

a) Man gebe  $z_1 + z_2$ ,  $z_2 + z_3$ ,  $z_1 + z_4$  in Polarkoordinaten an.

b) Man berechne in kartesischen und Polarkoordinaten

$$(z_1 + z_2)^7, \quad \frac{z_2 + z_3}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2}, \quad \frac{z_1 + z_4}{z_2}.$$

### Aufgabe C:

Man berechne alle Lösungen von

$$z^6 = 1$$

in Polarkoordinaten und kartesischen Koordinaten.

**Aufgabe D:**

- a) Für  $z \in \mathbb{C}$  sei das Polynom  $p(z) := a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0$  mit reellen Koeffizienten  $a_0, \dots, a_n$  gegeben.

Man zeige:

Wenn  $z_0 \in \mathbb{C}$  Nullstelle von  $p$  ist, dann ist auch  $\bar{z}_0$  Nullstelle von  $p$ .

- b) Man zeige, dass der Kreis  $|z - z_0| = r$  in der komplexen Ebene auch die folgende Darstellung besitzt

$$z\bar{z} - z\bar{z}_0 - z_0\bar{z} + z_0\bar{z}_0 = r^2 \quad \text{mit } z, z_0 \in \mathbb{C}.$$

- c) Man bestimme die Kurve, die durch

$$z\bar{z} = (4 - 3i)\bar{z} + (4 + 3i)z + 144$$

beschrieben wird.

**Bearbeitungstermin:** 3.4.- 6.4.2018