Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2017**
Prof. Dr. M. Hinze
Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 (Hausaufgaben)

Aufgabe 1)

a) Es sei C der einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Einheitskreis $|z| = 1$.

(i) Berechnen Sie $\displaystyle\int_C \frac{1}{(e^z - i)}\, dz$.

(ii) Für eine auf $\mathbb{C}$ analytische Funktion gelte $|\, f(z)\,| = 4$ überall auf der Kurve C und $f(0) = 4i$. Wie muss dann f aussehen?

b) Sei C eine doppelpunktfreie stückweise C^1 Kurve. Wann ist das Integral

$$I(C) := \int_C \frac{z}{z^2+1}\, dz$$

definiert?

Welche Werte kann das Integral annehmen, wenn es definiert ist?

Aufgabe 2:

a) Seien a, b, c komplexe Zahlen, $a \neq b$. Stellen Sie die Taylorreihe der Funktion

$$f \;:\; z \to \frac{c}{z-b}$$

mit Entwicklungspunkt a durch Verwendung der geometrischen Reihe auf und geben Sie deren Konvergenzradius an.

b) Gegeben seien die Funktionen

$$f_1(z) := \frac{e^z - 1}{e^{2z} + e^{-z}}, \qquad f_2(z) := \frac{1}{\ln(z-i)}, \qquad f_3(z) := \frac{1}{\ln(2+i-z)}.$$

Bestimmen Sie für $k = 1, 2, 3$ (ohne die jeweilige Reihe zu berechnen) den Radius des größten Kreises um Null, in dem die jeweilige Taylor Reihen T_k von f_k mit Entwicklungspunkt Null gegen f_k konvergiert.

Abgabetermine: 29.05.17 - 02.06.17 bzw. 19.06.17 - 23.06.17