Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2017**
Prof. Dr. M. Hinze, Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

i) $\displaystyle\int_{C_1+C_2} \mathrm{Re}\,(z)\, dz,$ C_1 : der in mathematisch positiver Richtung durchlaufene Halbkreis

$|z| = 1,\ \mathrm{Re}\,(z) \geq 0,$

C_2 die geradlinige Verbindung zwischen i und $-i$,

Tipp: $\cos(t) = \frac{e^{it}+e^{-it}}{2},$

ii) $\displaystyle\int_{C_3} \frac{1}{\bar{z}}\, dz,$ $C_3(t) = e^{(1+i)t}, \quad t \in [-\frac{\pi}{4},\, \frac{\pi}{4}]\,,$

iii) $\displaystyle\int_{C_4} \frac{1}{1+z^2}\, dz,$ $C_4(t) = e^{it}, \quad t \in [0,\, \pi]\,,$

iv) $\displaystyle\int_{C_5} \frac{2z}{1+z^2}\, dz,$ $C_5(t) = \frac{1}{2}e^{it}, \quad t \in [0,\, \pi]\,.$

b) Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale. Die angegebenen Kurven sollen einmal in mathematisch positiver Richtung durchlaufen werden.

(i) $\displaystyle\oint_{C_k} \frac{e^z}{z}\, dz \qquad k = 1,2 \quad C_1 \,:\, |z| = 1, \quad C_2 : |z-2| = 1\,,$

(ii) $\displaystyle\oint_{C} \frac{z^2+1}{(z^3-z^2+z-1)}\, dz \qquad C \,:\, |z-0.5| = 1$

Tipp: Polynomdivision.

Aufgabe 2: Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\oint_{C_1} \frac{\pi e^{iz^2}}{(z-i)^2}\,dz \qquad C_1 : [0, 2\pi] \to \mathbb{C},\ C_1(t) = 2\,e^{it},$

b) $\displaystyle\oint_{C_2} \frac{z\cos(2z)}{(z-\frac{\pi}{3})^3}\,dz \qquad C_2 : [0, 2\pi] \to \mathbb{C},\ C_2(t) = 1 + e^{it},$

c) $\displaystyle\oint_{C_3} \frac{z\cos(2z)}{(z-\frac{\pi}{3})^3}\,dz \qquad C_3 : [0, 6\pi] \to \mathbb{C},\ C_3(t) = \tfrac{1}{2}\,e^{2it},$

d) $\displaystyle\oint_{C_4} \frac{1}{z^2+2z+10}\,dz\,, \quad C_4 : [0, 4\pi] \to \mathbb{C},\ C_4(t) = -i + 3\,e^{-it}.$

Bearbeitungstermine: 29.5 - 2.6.2017.