Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2017**
Prof. Dr. M. Hinze, Dr. H. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3 (Präsenzaufgaben)

Aufgabe 1:

a) Für welche $k \in \mathbb{R}$ ist die Funktion

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\,,\ f(z) := (z+\bar{z})^2 - 4\,(\mathrm{Im}\,(z))^2 + i \cdot k \cdot \mathrm{Re}\,(z) \cdot \mathrm{Im}\,(z)$$

in jedem Punkt aus $\mathbb{C}$ komplex differenzierbar?

b) Bestimmen Sie alle holomorphen (analytischen) Funktionen $f(z) = u(z) + iv(z)$ mit

$$u(x+iy) = \mathrm{Re}\,(f(x+iy)) = x^2 + 2xy - y^2\,.$$

Aufgabe 2: Gegeben seien die beiden Kreise

$$K_1 : |z+5| = 4 \text{ und } K_2 : |z-5| = 4$$

in der komplexen Ebene. Zur Lösung eines Potentialproblems sollen die beiden Kreise K_1 und K_2 auf konzentrische Kreise um Null abgebildet werden. Der kleinere der beiden Bildkreise soll den Radius 1 haben.

Geben Sie eine Möbius-Transformation an, die das gewünschte leistet.

Hinweis: bestimmen Sie zwei Punkte z und z', die symmetrisch zu beiden Kreisen K_1 und K_2 liegen und bilden Sie diese auf Null und ∞ ab.

Bemerkung: Das zugehörige Potentialproblem werden wir gegen Ende des Semesters lösen können.

Bearbeitungstermine: 15.5.17 - 19.5.17