

## Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 0 (Präsenzaufgaben)

**Aufgabe 1:** Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten ( $z = re^{i\phi}$ ) an und markieren Sie die zugehörigen Punkte in einer Skizze der komplexen Zahlenebene.

$$z_0 = 2, \quad z_1 = \sqrt{2}(1 + i), \quad z_2 = 2i, \quad z_3 = \sqrt{2}(-1 + i), \quad z_4 = -2, \quad \text{bzw. } z_k = i^k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

**Aufgabe 2:** Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in kartesischen Koordinaten ( $z = x + iy$ ) an und skizzieren Sie die zugehörigen Punkte in der komplexen Zahlenebene.

$$z_k = e^{ik\pi} \quad k \in \mathbb{Z}, \quad z = 3e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot e^{i\frac{\pi}{6}}, \quad \bar{z} = -2(e^{i\frac{\pi}{2}})^2.$$

**Aufgabe 3:** Charakterisieren Sie durch eine Skizze oder mit Worten die folgenden Teilmengen der komplexen Ebene, und bestätigen Sie anschließend ihre Überlegungen analytisch. Hinweis : Es gilt  $|z|^2 = x^2 + y^2$ .

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 2\},$$

$$M_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 + 2i| \leq 1\},$$

$$M_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 1| = |z + 1 - i|\},$$

$$M_4 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2i| = |z - 1|\},$$

$$M_5 = \{z \in \mathbb{C} \mid z + \bar{z} = 1\}.$$

**Aufgabe 4:** Beschreiben Sie folgende Teilmengen der komplexen Zahlenebene, ähnlich wie in Aufgabe 3, mit Hilfe von Formeln.

$M_6$ : Streifen parallel zur imaginären Achse mit der Breite 4, symmetrisch zu  $z_0 = 1 + i$ , mit Rand.

$M_7$ : Kreisring um Null mit Innenradius 1 und Außenradius 3, ohne Rand.

$M_8$ : Kreisring (punktierte Kreisscheibe) um Null mit Innenradius 0 und Außenradius 3, ohne Rand.

$M_9$ : Sektor zwischen den Geraden mit  $\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$  und der Geraden  $-\operatorname{Re}(z) = \operatorname{Im}(z)$  in der oberen Halbebene, ohne Rand.

**Bearbeitung: 3. - 7.4.17**