Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2015**
Prof. Dr. A. Iske, Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 6 : Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

a) Wie viele verschiedene Laurent-Reihen gibt es für die folgenden Funktionen zu den jeweils angegebenen Entwicklungspunkten z_0?

(i) $f_1(z) = \dfrac{2z-7}{z^2+3z-4}\,, \qquad z_0 = 0\,,$

(ii) $f_2(z) = \dfrac{\cos(z)-2}{z^2}\,, \qquad z_0 = 0\,.$

b) Klassifizieren Sie die isolierten Singularitäten der Funktionen aus Teil a) und berechnen Sie die zugehörigen Residuen.

c) Geben Sie die Partialbruchzerlegung von f_1 an.

Aufgabe 2)

Gegeben ist $\qquad f(z) = \dfrac{1}{z^2-6z+10}\,.$

a) Bestimmen und klassifizieren Sie alle isolierten Singularitäten von f.

b) Berechnen Sie die Residuen aller isolierten Singularitäten der Funktion f.

c) Bestimmen Sie die Laurent-Entwicklung der Funktion f zum Entwicklungspunkt $z_0 = 3+i$, die im Punkt $z^* = 0$ konvergiert.

d) Berechnen Sie die folgenden Integrale, sofern diese definiert sind.

Bitte wenden

i) $\displaystyle\int_{\Gamma_1} f(z)\,dz,$ $\qquad \Gamma_1 := \{z(t) := 2\,e^{it} \,|\, t \in [0, 2\pi]\},$

ii) $\displaystyle\int_{\Gamma_2} f(z)\,dz,$ $\qquad \Gamma_2 := \{z(t) := i + 3\,e^{it} \,|\, t \in [0, 2\pi]\},$

iii) $\displaystyle\int_{\Gamma_3} f(z)\,dz,$ $\qquad \Gamma_3 := \{z(t) := 3 - 2i + 2\,e^{it} \,|\, t \in [0, 4\pi]\},$

iv) $\displaystyle\int_{\Gamma_4} f(z)\,dz,$ $\qquad \Gamma_4 := \{z(t) := 3 - 2i + 2\,e^{-it} \,|\, t \in [0, 2\pi]\},$

v) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2 - 6x + 10}\,dx\,.$

Bearbeitungstermine: 29.6.15 - 3.7.15