Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2013**
Prof. Dr. H. J. Oberle,
Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 4 : Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben sei der Streifen S

$$S := \{\, z \in \mathbb{C} \,:\, 0 < \mathrm{Im}\,(z) < 2\}\,.$$

Zeigen Sie, dass das Bild B_k, $k = 1, 2$ von S unter der Abbildung f_k

$$f_1(z) := \exp\left[\frac{\ln(3)}{2} \cdot (-iz)\right] + 1 + i\,,$$

$$f_2(z) := e^{i\mathrm{Re}\,(z)} \cdot (1 + \mathrm{Im}\,(z)) + 1 + i\,,$$

jeweils der Kreisring $R := \{\, z \in \mathbb{C} \,:\, 1 < |\, z - (1+i)\,| < 3\}$ ist.
Prüfen Sie ob die Funktionen $f_k : S \longrightarrow R$ komplex differenzierbar und/oder bijektiv sind.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein hohler, sehr langer Kreiszylinder vom Radius 1. Die obere und die untere Hälfte seien voneinander elektrisch isoliert. Die obere Hälfte befinde sich auf dem Potential $\Phi = 100$ V und die untere Hälfte befinde sich auf dem Potential $\Phi = -100$ V. Bei entsprechender Wahl des Koordinatensystems ergibt sich auf dem Schnitt des Zylinders mit der komplexen Zahlenebene :

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= 100\mathbf{V} \quad \text{für } |z| = |x+iy| = 1\,,\ y > 0, \\ \Phi(z) &= -100\mathbf{V} \quad \text{für } |z| = |x+iy| = 1\,,\ y < 0\,. \end{aligned}$$

Berechnen Sie das Potential und die Feldstärke im Zylinder.

Hinweise : Transformieren Sie den Einheitskreis auf einen Sektor. Bei vernünftiger Transformation hängen die Randdaten in der Modellebene nur vom Winkel ab. Verwenden Sie in der Modellebene die Potentialgleichung in Polarkoordinaten

$$r^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial r^2}\,\Psi + r \cdot \frac{\partial}{\partial r}\,\Psi + \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}\,\Psi = 0$$

unter Berücksichtigung der speziellen Struktur der Randdaten.

Abgabetermine: 28.05.13-31.05.13