Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2013**
Prof. Dr. H. J. Oberle, Dr. P. Kiani

Komplexe Funktionen für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 2: Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) (Klausur Prof. Oberle, 2012) Sei i die imaginäre Einheit,

$$R := \{ z \in \mathbb{C} \,:\, 1 < |z| < 3, \operatorname{Im}(z) > 0 \} ,$$

und

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\,, \qquad f(z) := \frac{1}{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot \ln(z)\,.$$

i) Bestimmen Sie das Bild von R unter der Abbildung f und fertigen Sie Skizzen von R und dem Bild von R unter f an.

ii) Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung $f(z) = \frac{\pi}{4}$.

b) Gegeben sei die komplexe Version der Gaußschen Glockenkurve

$$w := f(z) := e^{-z^2}\,.$$

i) Bestimmen Sie die Urbilder der Kreise $|w| = R \in \mathbb{R}^+$ und die Urbilder der Strahlen $\arg w = \alpha \in [-\pi, \pi]$.

ii) Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $f(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$.

Aufgabe 2: Gegeben sei die Ellipsenscheibe

$$E := \left\{ z = x + iy \in \mathbb{C} : \frac{16(x-1)^2}{25} + \frac{16(y-2)^2}{9} \le 1 \right\}.$$

Geben Sie eine Abbildung an, die das Äußere der Ellipse, also $\mathbb{C} \setminus E$, auf das Äußere des Einheitskreises $K_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z| \le 1\}$ abbildet.

Tipp: Verschiebung, Umkehrung der Joukowski-Funktion, Stauchung.

Abgabetermine: 23.4.13 - 26.4.13