

Klausur Differentialgleichungen II

04. März 2025

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AIW	CI	ET	GES/ES	IIW/IN	MB	MTB/MEC	SB	
-----	----	----	--------	--------	----	---------	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

--

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: [5 Punkte]

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}u_t + t \cdot u_x &= 1, & \text{für } x \in \mathbb{R}, t > 0, \\u(x, 0) &= \cos(x), & \text{für } x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

- a) Geben Sie die charakteristischen Gleichungen für dieses Problem an und bestimmen Sie deren Lösungen.

- b) Lösen Sie das Anfangswertproblem.

Aufgabe 2: [6 Punkte]

Gegeben ist die folgende Anfangswertaufgabe für $u(x, t)$:

$$u_t + u \cdot u_x = 0, \quad x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+$$

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2 & x \leq -2, \\ 0 & -2 < x \leq 1, \\ -1 & 1 < x. \end{cases}$$

- Berechnen Sie die physikalisch sinnvolle Lösung des Anfangswertproblems für $t \in [0, t^*)$ mit einem hinreichend kleinem t^* .
- Bis zu welchem t^* ist die Lösungsformel aus a) sinnvoll?
- Wie kann die Lösung physikalisch sinnvoll für $t > t^*$ fortgesetzt werden?

Aufgabe 3: [6 Punkte],

Bestimmen Sie die Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_{tt} - 9u_{xx} &= 0 & 0 < x < 2, 0 < t, \\u(x, 0) &= 5 \sin(2\pi x) + 7 \sin(3\pi x) & 0 \leq x \leq 2, \\u_t(x, 0) &= 9 \sin(\pi x) & 0 \leq x \leq 2, \\u(0, t) &= 0 & 0 \leq t, \\u(2, t) &= 0 & 0 \leq t.\end{aligned}$$

Aufgabe 4: [3 Punkte]

Es seien \tilde{u} und \hat{u} Lösungen der Differentialgleichung

$$u_t - u_{xx} + u = 2, \quad x \in (0, 1), t \in \mathbb{R}^+,$$

für $u(x, t)$, die den Randbedingungen

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = \sin(t), \quad t \in \mathbb{R}^+.$$

genügen.

- a) Ist dann auch $\tilde{u} + \hat{u}$ eine Lösung der Differentialgleichung?
Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Erfüllt $\tilde{u} - \hat{u}$ die zugehörige homogene Differentialgleichung

$$u_t - u_{xx} + u = 0, \quad x \in (0, 1), t \in \mathbb{R}^+,$$

und die Randbedingungen

$$u(0, t) = 0, \quad u(1, t) = \sin(t), \quad t \in \mathbb{R}^+?$$

