Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2020/21**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'(x) = f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma)$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ und $\alpha + \beta f(\alpha x + \beta y(x) + \gamma) \neq 0$.
Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung mit Hilfe der Substitution

$$u(x) := \alpha x + \beta y(x) + \gamma$$

auf eine separierbare Differentialgleichung transformiert werden kann.

b) (Klausur 2008) Bestimmen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe

$$y' = \exp(x - 2y) + 0.5, \qquad y(0) = 0.$$

c) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus Teil b) durch Einsetzen in die Differentialgleichung.

Aufgabe 2)

Stellen Sie fest, welche der folgenden Differentialgleichungen separierbar, linear, Bernoullisch, Riccatisch oder eine Ähnlichkeitsdifferentialgleichung ist. Geben Sie gegebenenfalls jeweils Substitutionen an, die die Differentialgleichungen in separierbare oder lineare Differentialgleichungen überführen. Wie lauten die durch die Substitutionen erhaltenen neuen Differentialgleichungen.

Hinweis: Sie müssen die Differentialgleichungen nicht lösen, dürfen es aber gerne!

a) $(1 + e^{2t})y' = -2e^{2t}y$

b) $y' - 2t^2(y-1) + ty(y-2) = 1 - t - t^3$. Tipp: Es gibt eine Lösung $y_p(t) = \alpha t + \beta$.

c) $\cos(t)y' + \sin(t)y = -\cos^2(t)y$

d) $y - \frac{1}{t} - \frac{1}{y}y' = 0$

e) $y' = 2t(2t^2y^2 - 1)y$

f) $y - ty' = \dfrac{t^3}{y^2}$

Abgabetermine: 23.11.-27.11.2020