

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Präsenzblatt 0

Aufgabe A:

Ein Tank enthalte 2000 Liter Wasser, in dem 60 kg Salz gelöst sind. Beginnend mit der Zeit $t_0 = 0$ sollen ständig pro Minute 15 Liter Salzlösung abfließen, aber auch 15 Liter Wasser mit einem Salzgehalt von 3 kg zufließen, mit anschließender sofortiger Durchmischung.

- a) Wie groß ist der Salzgehalt $m(t)$ in kg im Tank zur Zeit $t > 0$?
- b) Auf welchem Niveau stabilisiert sich der Salzgehalt im Tank?

Aufgabe B:

Gegeben sei die Differentialgleichung $y' = -\frac{y}{x}$.

- a) Man zeichne das Richtungsfeld,
- b) berechne Lösungen und
- c) die Lösung, für die $y(2) = 1$ gilt.

Aufgabe C:

Ein Fallschirmspringer hat im Moment des Öffnens seines Fallschirmes eine Geschwindigkeit von $v_0 = 55$ (in ms^{-1}). Die Gesamtmasse des Springers mit Fallschirm sei M (in kg) und die Bremskraft des Schirmes sei $Mg \cdot \frac{v^2}{25}$ (in N) mit $g = 9.81$ (in ms^{-2}) als Erdbeschleunigung. Man berechne die Geschwindigkeit des Springers nach dem Öffnen des Schirmes als Funktion der Zeit und gegebenenfalls die Grenzgeschwindigkeit ($t \rightarrow \infty$). Hängt die Grenzgeschwindigkeit von der Öffnungsgeschwindigkeit ab?