Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2018/19**
Prof. Dr. T. Reis, Dr. H. P. Kiani

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Untersuchen Sie den stationären Punkt $(0,0)^T$ des linearen Systems $\dot{\boldsymbol{x}} = A\,\boldsymbol{x}$ auf Stabilität.

i) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, **ii)** $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, **iii)** $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Gegeben sei das lineare System

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -1 & -\gamma & 1 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \boldsymbol{x}\,.$$

Untersuchen Sie das Stabilitätsverhalten des stationären Punktes $(0,0,0)^T$ in Abhängigkeit von dem Parameter $\gamma \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 2:

Die Van-der-Pol-Gleichung

$$\ddot{x} - \epsilon\,(1 - x^2)\,\dot{x} + x = 0 \qquad \epsilon \in \mathbb{R}^+$$

beschreibt das Verhalten eines Van-der-Pol-Oszillators. Es handelt sich um einen Oszillator mit nichtlinearer Dämpfung und Selbsterregung. Für kleine Auslenkungen x ist die Dämpfung negativ, und für große Auslenkungen ist die Dämpfung positiv. Es gibt keine geschlossene Lösung. Untersuchen Sie die Gleichgewichtslösung $x = 0$ auf Stabilität.

Tipp: Schreiben Sie die Differentialgleichung in ein äquivalentes System um.