

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist das Differentialgleichungssystem

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-1}{t} & \frac{1+t}{t} \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 + \cos(t)(1+t) \\ 1 + \cos(t) \end{pmatrix} \quad t \geq 0.5.$$

a) Bestimmen Sie mit Hilfe der Ansätze

$$\mathbf{x}^{[1]}(t) = \begin{pmatrix} a + bt \\ c + dt \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}^{[2]}(t) = \begin{pmatrix} \alpha e^t \\ \beta e^t \end{pmatrix},$$

mit geeigneten Konstanten $\alpha, \beta, a, b, c, d \in \mathbb{R}$ zwei Lösungen des zugehörigen homogenen Systems. Zeigen Sie, dass Sie damit ein Fundamentalsystem gefunden haben und geben Sie die allgemeine Lösung des homogenen Systems an.

b) Bestimmen Sie eine partikuläre Lösung des inhomogenen Systems.

c) Bestimmen Sie die Lösung der zugehörigen Anfangswertaufgabe mit der Anfangsbedingung:

$$\mathbf{x}(\pi) = \begin{pmatrix} 2\pi \\ \pi \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2: Bestimmen Sie alle Eigenwerte, Eigenvektoren und gegebenenfalls Hauptvektoren der Matrizen

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \text{b) } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Abgabetermine: 26.–30.11.18