

Differentialgleichungen I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Für die Differentialgleichung

$$y'' + 16y = 16 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{8}$$

bestimme man die allgemeine Lösung. Damit berechne man alle Lösungen für folgende Randbedingungen:

- a) $4y(0) + y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 4$ und $y \left(\frac{\pi}{8} \right) = 0$,
- b) $y(0) = 1$ und $y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 1$,
- c) $y(0) + y'(0) = 0$ und $y \left(\frac{\pi}{8} \right) + y' \left(\frac{\pi}{8} \right) = 0$.

unter Verwendung der allgemeinen Lösungsdarstellung der Einzelgleichung und alternativ durch Umschreiben in ein System 1.Ordnung und dann unter Verwendung der Shooting-Matrix.

Aufgabe 22:

Man berechne die Eigenwerte und Eigenfunktionen der folgenden Sturm-Liouville'schen Randeigenwertaufgabe

$$y'' - 2y + \lambda y = 0 \quad \text{mit} \quad y'(0) = 0 \quad \text{und} \quad y(1) = 0.$$

Aufgabe 23:

Man gebe die Gleichgewichtspunkte der folgenden Differentialgleichungssysteme an, untersuche sie auf Stabilität, bestimme ihren Typ, berechne die allgemeine Lösung des Differentialgleichungssystems und skizziere das zugehörige Phasenporträt:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \begin{cases} \dot{x} = y - x/2 - 1, \\ \dot{y} = -x - y/2 + 3, \end{cases} & \text{b)} & \begin{cases} \dot{x} = 9x + 2y + 24, \\ \dot{y} = 2x + 6y + 22. \end{cases} \end{array}$$

Aufgabe 24:

Man bestimme alle stationären Lösungen (Gleichgewichtspunkte) der Differentialgleichungssysteme

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 \\ y_2' = (y_1 - 1)(y_2 - 3), \end{cases} \\ \text{b)} & \begin{cases} \dot{x} = 2y - xy \\ \dot{y} = x - xy. \end{cases} \end{array}$$

und untersuche deren Stabilitätsverhalten mit (lokaler) Klassifikation.

Abgabetermin: 22.1. - 26.1.2018 (zu Beginn der Übung)